

杨浩, 敬玥彤, 刘海飞, 等. 基于格子 Boltzmann 重叠法求解一、二维耦合浅水动力学模型[J]. 南水北调与水利科技(中英文), 2025, 23(1): 110-117, 129. YANG H, JING Y T, LIU H F, et al. A superposition lattice Boltzmann approach to a 1D-2D shallow water system[J]. South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology, 2025, 23(1): 110-117, 129. (in Chinese)

基于格子 Boltzmann 重叠法求解一、二维耦合浅水动力学模型

杨浩¹, 敬玥彤², 刘海飞², 毕娟¹, 王洪达³, 褚珣⁴

(1. 北京市社会科学院, 北京 100101; 2. 北京师范大学环境学院, 北京 100875; 3. 北京正和恒基滨水生态环境治理股份有限公司, 北京 100084; 4. 北京国华清华环境工程设计研究院有限公司, 北京 100084)

摘要: 提出一种重叠耦合法 (superposition coupling method, SCM), 以高精度地实现基于一维与二维格子 Boltzmann 方法 (lattice Boltzmann method, LBM) 的水动力模型在复杂地形浅水区域的跨维度模拟耦合。对复杂地形区域的浅水水体进行水动力模拟通常涉及跨维度建模, 可能会在某些边界处做近似处理, 例如河流-湖泊汇合处、洪水淹没区和河口区域。为高效求解跨维度浅水方程 (shallow water equations, SWE) 问题, SCM 通过在一维和二维 LBM 模型边界处人工设置重叠区域, 使不同维度的 2 个模型在该区域交换水动力信息。在重叠区域采用零梯度边界条件, 从而得到耦合所需的变量。1D-2D 耦合模型通过了圆形空腔射流和急弯河道 2 个验证模型的比较测试, 结果显示一、二维耦合模型的精度与二维模型基本相当。本研究通过 SCM 有效地求解了跨维度浅水方程问题, 提高了一维与二维模型间的耦合精度, 为复杂地形浅水区域的水动力模拟提供了技术支撑。

关键词: 格子 Boltzmann 方法; 水动力模型; 一、二维耦合; 重叠法; 浅水方程

中图分类号: TV131.2 **文献标志码:** A **DOI:** 10.13476/j.cnki.nsbdkq.2025.0011

大型浅水系统通常包括河流、河网以及广泛分布的水域(如湖泊和海湾)^[1]。为反映系统中不同类型水体在水动力学上的相互作用, 通常需要将 these 区域作为一个整体进行同步模拟^[2]。一般情况下, 使用一维模型概化模拟大型河流渠道的运动特征, 描述一维特征的控制方程是由横断面平均变量组成的。当水体在流线方向上的物理特征, 远大于垂直流线方向的特征时, 通常可以忽略垂直方向上的流速分布, 只考虑流线方向的参数变化以及河网之间的连接属性, 因此一维模型在效率上高于二维模型^[3-4]。二维模型需要在一维模型的基础上引入水体水平空间的物理变量, 以描述水平空间内的物理变化特征, 包括水深和其他水流运动参数。与一维模型相比, 二维模型的运算参数更多, 计算速度较慢^[4-5], 但保留了水体平面的细节变化。为了提高模拟的准确性和适宜性, 对于洪范平原、湖泊或水库等具有较大自由水面的大型水体, 通常采用二维模

型, 但这需要精确的地形数据支持^[6]。然而, 实际水体系统是由河网、湖泊、水库交织组成的, 其结构复杂多变, 并且会随季节、降水、工程改造等因素发生变化, 因此在浅水建模中, 特别是在河流入湖、入海口、河流洪泛区和水库的入水、出水渠等区域, 通常会使用一、二维耦合模型, 以结合二者优势^[7-9]。

近年来, 许多研究通过一、二维耦合模型的数值模拟方法来求解洪水淹没、河湖系统和河口区等实际水体要素的近似值。Vallés 等^[10] 在二维模型中加入了一个一维的子模型, 一维模型为二维模型提供质量守恒的边界条件。Yu 等^[11] 提出了一种新的混合有限体积法, 通过求解二维浅水方程来模拟农村和城市地区的地表水流, 在常规流区域使用低精度、高效率的近似一维的流量求解方法, 有效模拟了地表水流, 并在保持精度的同时显著提高了计算效率。Liu 等^[12] 针对河流系统中的浅水流动提出了一种新的河流交汇处一、二维耦合模型, 通过特殊

收稿日期: 2024-07-02 修回日期: 2024-09-11 网络出版时间: 2024-09-27

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/13.1430.TV.20240927.1402.008>

基金项目: 北京市社会科学院课题项目 (KY2023A0067); 国家自然科学基金项目 (52079007; 52279057)

作者简介: 杨浩(1983—), 男, 吉林长春人, 副研究员, 博士, 主要从事环境管理学与环境经济学研究 E-mail: yanghaojldx@163.com

通信作者: 敬玥彤(1998—), 女, 黑龙江大庆人, 助理研究员, 主要从事环境经济学研究。E-mail: 565180561@qq.com

的虚拟单元技术实现了一、二维模型的耦合,与仅采用二维模型求解相比,该方法能够在保持精度的同时大幅减少计算成本。王秀杰等^[13]建立了天然河道漫溢堤洪水在防洪保护区的一、二维水动力耦合模型,将河道一维模型和防洪保护区二维模型进行侧向耦合,实现了河道上游发生洪水和下游遭遇外海风暴潮复杂情况精细化模拟。李碧琦等^[14]利用 SWMM 模型和二维非恒定流水动力模型,研究一维模型和二维模型在水平方向上和垂直方向上的耦合问题,分析评估了深圳民治片区暴雨内涝灾害的风险。以上的一、二维模拟研究,主要使用传统的有限差分法、有限体积法和有限元法将一维河流模型和二维洪水淹没模型相耦合。

格子 Boltzmann 方法是一种能够求解纳维-斯托克斯方程的特殊方法,与传统方法不同^[15-18],其独特的简单边界处理和粒子运动的局部性特点,使其在解决具有复杂边界的浅水流问题方面具有优势^[19-22]。本文提出一种用于浅水方程的一、二维重叠的 LBM 模型耦合方法,与传统数值模拟中直接求解方程不同,该方法通过一个叠加区域,将一、二维模型耦合起来,区域的边界条件来源于相邻的格点,2个模型都使用零梯度边界条件,在质量和动量守恒的重叠格点之间交换边界量,从而实现对一、二维耦合浅水方程的求解。

1 格子 Boltzmann 方法

1.1 格子样式

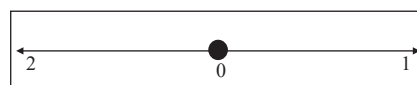
格子 Boltzmann 方法将流体看作若干个流体的离散粒子团,粒子分布在若干个网格上,根据受流体力学方程控制的概率分布规律,在网格间运动。格子样式展现了一个流体离散粒子的速度分布,即离散速度模型。格子的概念和传统流体动力学方法中网格的概念一致。一个 $DmQn$ 模型格子,表示一个 m 维模型,粒子在网格内有 n 个运动方向,图 1 分别是一、二维水动力模型使用的 D1Q3 和 D2Q9 格子模型^[21]。

1.2 格子 Boltzmann 公式

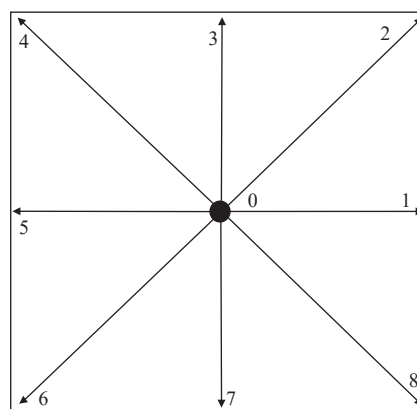
一维格子 Boltzmann 方程由流动过程和碰撞过程两部分组成,分别由流动方程和碰撞方程描述^[23]。在流动过程中,流体粒子按照速度矢量运动到相邻的格子。在碰撞过程中,流动后网格内的粒子,在概率分布的作用下,达到局部平衡。这两个过程可以由下面方程计算:

$$f_{\alpha}(x+e_{\alpha}\Delta t,t+\Delta t)-f_{\alpha}(x,t)=-\frac{1}{\tau}(f_{\alpha}-f_{\alpha,eq})+\frac{\Delta t}{2e^2}e_{\alpha}F \quad (1)$$

其中: f_{α} 为粒子的分布函数; e_{α} 为粒子的速度矢量;粒子的速度 $e=\Delta x/\Delta t$, Δx 是一维格子的长度, Δt 是计算时间步长; τ 是无量纲的松弛时间系数,表示粒子两次碰撞的平均时间间隔与时间步长的比值; $f_{\alpha,eq}$ 是局部平衡分布函数; F 是外力项。



(a) D1Q3 格子模型



(b) D2Q9 格子模型

图 1 格子模型

Fig. 1 Lattice pattern

1.3 采用格子 Boltzmann 方法求解一维浅水方程

一维浅水方程是纳维-斯托克斯方程 (Navier-Stokes equations) 的一维简化形式,是包含水深 h 和流速 u 的非线性偏微分方程。在使用 (Lattice Boltzmann method for shallow water equations) LABSWE^[24] 模型求解一维浅水方程时,核心是求解一维模型的局部平衡分布函数:

$$f_{\alpha,eq} = \begin{cases} h - \frac{hu^2}{e^2} - \frac{gh^2}{2e^2}, & \alpha = 0, \\ \frac{gh^2}{4e^2} + \frac{hu^2}{2e^2} + \frac{hu}{2e}, & \alpha = 1, \\ \frac{gh^2}{4e^2} + \frac{hu^2}{2e^2} - \frac{hu}{2e}, & \alpha = 2. \end{cases} \quad (2)$$

式中: a 为粒子流速的离散方向; e 为一维粒子速度; g 为重力加速度, h 和 u 分别为断面平均水深和断面平均流速。从而得到宏观变量水深 $h = \sum_{\alpha} f_{\alpha,eq}$ 和流速 $u = 1/h \sum_{\alpha} e_{\alpha} f_{\alpha,eq}$ 。

1.4 格子 Boltzmann 方法求解二维浅水方程

格子 Boltzmann 方法求解二维浅水方程的 LABSWE2D^[21],核心是求解二维格子 Boltzmann 模型的局部平衡分布函数:

$$f_{\alpha,eq} = \begin{cases} h - \frac{5gh^2}{6e^2} - \frac{2h}{3e^2}u_iu_i, & \alpha = 0 \\ \frac{gh^2}{6e^2} + \frac{h}{3e^2}e_{ai}u_i + \frac{h}{2e^4}e_{ai}e_{aj}u_iu_j - \frac{h}{6e^2}u_iu_i, & \alpha = 1, 3, 5, 7, \\ \frac{gh^2}{24e^2} + \frac{h}{12e^2}e_{ai}u_i + \frac{h}{8e^4}e_{ai}e_{aj}u_iu_j - \frac{h}{6e^2}u_iu_i, & \alpha = 2, 4, 6, 8; \end{cases} \quad (3)$$

式中: u_i 、 u_j 分别为 x 、 y 方向的流速; e_{ai} 为 x 方向的粒子速度矢量; e_{aj} 为 y 方向粒子速度矢量。水深 h 的解和一维方法的解一致, 即 $h = \sum_{\alpha} f_{\alpha,eq}$; 流速 $u_i = 1/h \sum_{\alpha} e_{ai} f_{\alpha,eq}$ 。

2 重叠法耦合一、二维格子 Boltzmann 水动力模型

为了降低边界耦合法在使用零梯度边界时引入的计算误差, 考虑将一、二维模型重叠一段区域, 根据曹德明等^[25]在一、二维模型边界处重叠 3 至 5 排网格, 是经济便捷的耦合方法, 2 个维度的模型在重叠区进行信息交换, 可以减小耦合边界的计算误差。在使用重叠法耦合一、二维模型时, 将耦合区域互为上下边界进行计算, 一、二维模型向耦合边界传

递的参数是计算的关键。但使用重叠法耦合格子 Boltzmann 模型时, 只有每个内部网格的中心点和各个方向上的粒子分布是已知的, 而边界网格的信息传递并不清楚, 且在水动力 D2Q9 网格中, 每个网格都与周围 8 个方向的网格存在粒子传递, 很难确定重叠边界的流量和水深数据, 这就需要从不同角度考虑使用重叠法的耦合模式。

这里首先借鉴边界耦合法, 一维模型决定流速、二维模型计算水深的耦合方法。利用重叠区域内, 一、二维模型上下边界网格所对应的另一维度的模型对应网格的已知量, 互为边界条件耦合计算。如图 2 所示, 一维模型倒数第三个网格与二维模型的第一排网格重叠, 二维模型的第三排网格和一维模型的最后一个网格重叠, 一维模型的倒数第二个网格和二维模型的第三排网格重叠。

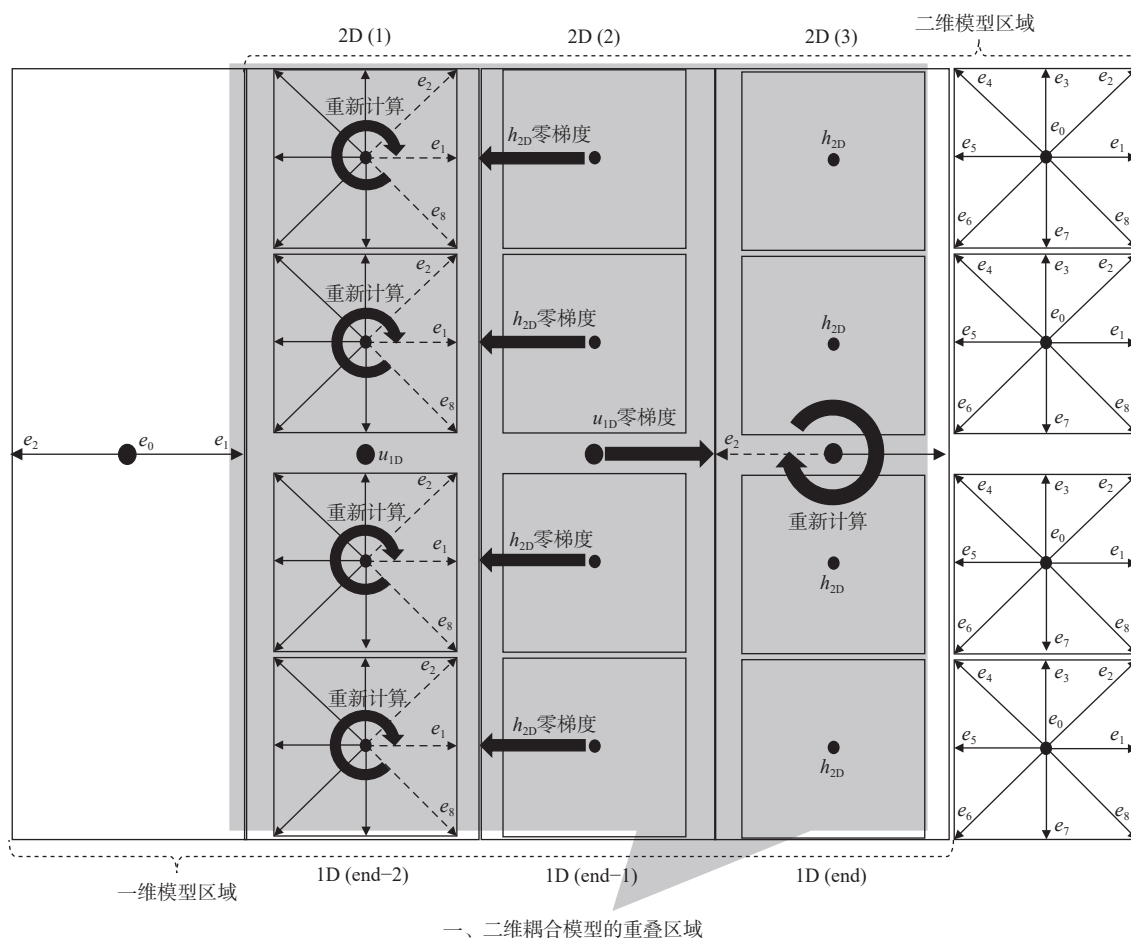


图 2 重叠法耦合一、二维格子 Boltzmann 水动力模型示意

Fig. 2 A superposition lattice Boltzmann approach to a 1D-2D shallow water system

重叠的网格之间进行信息传递,交换计算 2 个维度模型的下边界,保证一、二维模型的动态相关,同时重叠一段区域后,也可以降低边界处引入的计算误差。

假设在耦合区域垂直方向的流速很小,可忽略不计,重叠法耦合一、二维格子 Boltzmann 模型的耦合过程为:

步骤一,计算一维模型倒数第三个网格水平方向的流速

$$u_{1D}(\text{end}-2) = ex_{1D,\alpha} \times f_{1D,\alpha}(\text{end}-2) \Big/ \sum_{\alpha=0}^2 f_{1D,\alpha}(\text{end}-2); \quad (4)$$

$$f_{2D,\alpha}(1) = \begin{cases} \overline{h_{2D}(2)} - \frac{5g\overline{h_{2D}(2)}^2}{6e_{2D}^2} - \frac{2\overline{h_{2D}(2)}}{3e_{2D}^2} u_{1D}(\text{end}-2)^2, & \alpha = 0, \\ \frac{g\overline{h_{2D}(2)}^2}{6e_{2D}^2} + \frac{\overline{h_{2D}(2)}}{3e_{2D}^2} ex_{2D,\alpha} u_{1D}(\text{end}-2) + \frac{\overline{h_{2D}(2)}}{2e_{2D}^4} ex_{2D,\alpha}^2 u_{1D}(\text{end}-2)^2 - \frac{\overline{h_{2D}(2)}}{6e_{2D}^2} u_{1D}(\text{end}-2)^2, & \alpha = 1, 3, 5, 7, \\ \frac{g\overline{h_{2D}(2)}^2}{24e_{2D}^2} + \frac{\overline{h_{2D}(2)}}{12e_{2D}^2} ex_{2D,\alpha} u_{1D}(\text{end}-2) + \frac{\overline{h_{2D}(2)}}{8e_{2D}^4} ex_{2D,\alpha}^2 u_{1D}(\text{end}-2)^2 - \frac{\overline{h_{2D}(2)}}{6e_{2D}^2} u_{1D}(\text{end}-2)^2, & \alpha = 2, 4, 6, 8; \end{cases} \quad (6)$$

步骤四,计算二维模型第三排网格的平均水深

$$\overline{h_{2D}(3)} = \sum_{\alpha=0}^8 f_{2D,\alpha}(3); \quad (7)$$

步骤五,计算一维模型倒数第二个网格的流速

$$f_{1D,\alpha}(\text{end}) = \begin{cases} \overline{h_{2D}(3)} - \frac{\overline{h_{2D}(3)}[u_{1D}(\text{end}-1)]^2}{e_{1D}^2} - \frac{g\overline{h_{2D}(3)}^2}{2e_{1D}^2}, & \alpha = 0, \\ \frac{g\overline{h_{2D}(3)}^2}{4e_{1D}^2} + \frac{\overline{h_{2D}(3)}[u_{1D}(\text{end}-1)]^2}{2e_{1D}^2} + \frac{\overline{h_{2D}(3)}u_{1D}(\text{end}-1)}{2e_{1D}}, & \alpha = 1, \\ \frac{g\overline{h_{2D}(3)}^2}{4e_{1D}^2} + \frac{\overline{h_{2D}(3)}[u_{1D}(\text{end}-1)]^2}{2e_{1D}^2} - \frac{\overline{h_{2D}(3)}u_{1D}(\text{end}-1)}{2e_{1D}}, & \alpha = 2. \end{cases} \quad (9)$$

通过上述计算过程,一、二维模型耦合边界处缺失的粒子分布可以根据二维模型的水深和一维模型的流速重新计算得到。其中二维模型第一排网格,使用二维模型第二排网格的水位值和一维模型倒数第三排网格的流速进行计算,相当于对二维模型的水深应用零梯度边界,一维模型计算的流速作为二维模型的上边界条件;一维模型的最后一个网格,使用一维模型倒数第二排的流速,和二维模型第三排网格水深的平均值重新计算,相当于对一

式中: $u_{1D}(\text{end}-2)$ 表示一维模型倒数第三个网格的流速。

步骤二,计算二维模型第二排网格的平均水深

$$\overline{h_{2D}(2)} = \sum_{\alpha=0}^8 f_{2D,\alpha}(2); \quad (5)$$

式中: $h_{2D}(2)$ 表示二维模型第二排网格的水深。

步骤三,根据上两步计算得到的 $u_{1D}(\text{end}-2)$ 和 $h_{2D}(2)$ 的平均值重新计算二维网格边界处第一排网格的粒子分布

$$u_{1D}(\text{end}-1) = ex_{1D,\alpha} \times f_{1D,\alpha}(\text{end}-1) \Big/ \sum_{\alpha=0}^2 f_{1D,\alpha}(\text{end}-1); \quad (8)$$

步骤六,利用上两步计算得到的 $u_{1D}(\text{end}-1)$ 和 $h_{2D}(3)$ 的平均值重新计算一维模型边界处的最后一个网格的粒子分布

维模型应用了流速的零梯度边界,并将二维模型的水深作为一维模型的下边界。这种方法利用二维模型决定水深、一维模型计算流速,发挥了重叠区域对应网格信息交互的特性,互为上下游边界条件耦合计算,最大限度地保证了一、二维水动力模型的相互独立和稳定,而两种维度的模型又动态相关,重叠区域的设置也可以减小零梯度边界引入的计算误差。

3 模型验证

3.1 圆腔射流一、二维耦合模型

圆腔射流模型是典型的河湖系统概化模型,也是典型的循环流数值测试模型。为验证重叠法一、二维耦合格子 Boltzmann 水动力模型的准确性,本算例建立底面平坦的圆腔射流模型,其底面高程设定为 0 m。如图 3 所示,2 个长度为 0.75 m 的一维河道,连接 1 个半径为 0.75 m 的圆形腔体,在一维河道和二维腔体连接处,分别设置 1 个重叠区域,用粉色方框表示。每段一维河道设置 76 个断面,圆形腔体网格数为 156×150 。时间步长 $\Delta t = 0.001\ 3$,为保证模型的稳定性,松弛因子 $\tau = 0.53$,一、二维模型初始水位均设为 0.1 m,边界条件设置与文献 [21] 中的算例保持一致。

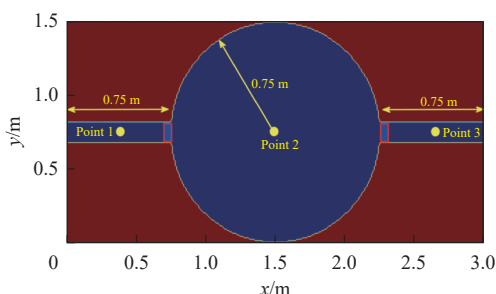


图 3 圆腔射流概化模型及监测点平面示意

Fig. 3 A circular cavity jet flow planar and monitoring points

为了验证一、二维耦合模型的准确性,在一维河道和二维腔体中分别设立 3 个监测点,并与文献 [24] 中验证过的二维模型结果比较,如图 4 所示,3 个点的水深和流速均保持了较好的一致性,水深均方根误差平均值 5.25×10^{-4} m,流速的均方根误差的平均值 0.002 6 m/s (表 1),证明了一、二维耦合模型的准确性,二维腔体中的流速分布也基本一致 (图 5)。

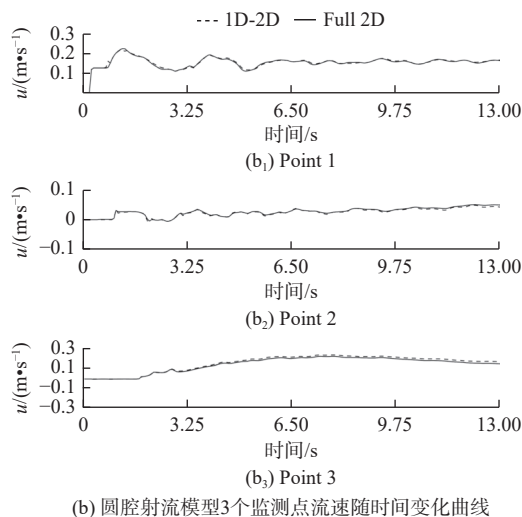
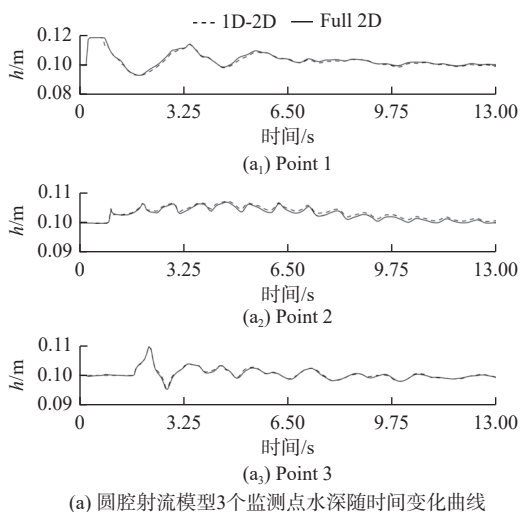


图 4 圆腔射流模型 3 个监测点水深和流速随时间变化曲线

Fig. 4 A circular cavity jet flow water depth and velocity variation at monitoring points

表 1 水深和流速的均方根误差

Tab. 1 RMSE of water depth and velocity

变量	Point 1	Point 2	Point 3	3点平均值
h/m	7.52×10^{-4}	5.75×10^{-4}	2.48×10^{-4}	5.25×10^{-4}
$u/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	0.003 9	0.002 5	0.001 3	0.002 6

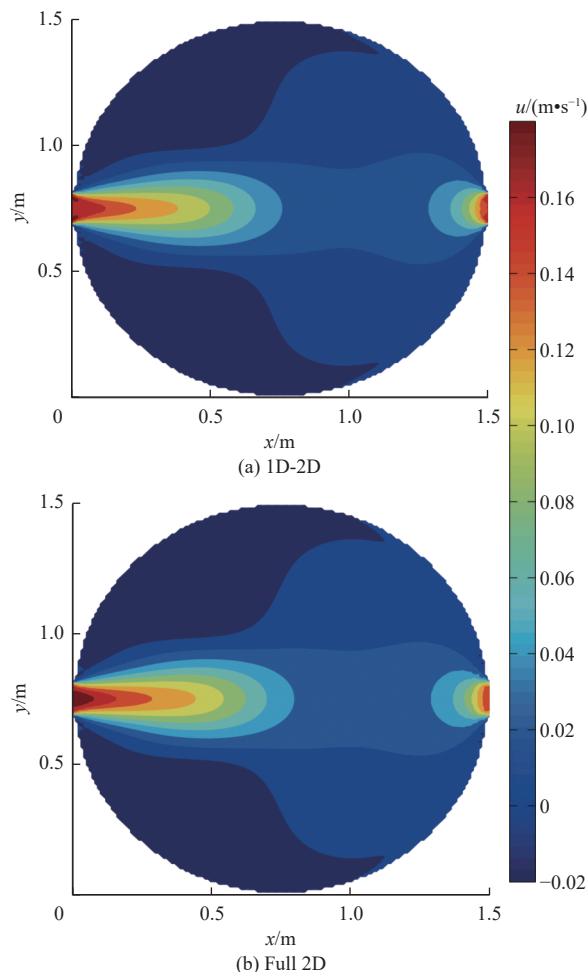


图 5 圆腔内流速平面分布

Fig. 5 Circular cavity water velocity contour

3.2 急弯河道一、二维耦合模型

弯曲角度较大的河道中的水流运动,代表自然河流中的复杂水流运动。本算例模拟了 180° 弯角河道的水体流动过程,其中,顺直河道采用一维模型,弯曲河道使用二维模型,并建立一、二维耦合模型。

计算域长 7.2 m ,宽 2.4 m ,上下顺直河道分别长 3 m 和 6 m ,弯曲河道内半径 0.4 m ,外半径 1.2 m ,一、二维模型耦合区域见图 6,用粉色框标出。整个河道底面平坦,高程为 0 ,时间步长 $\Delta t = 0.001\text{ s}$,为保证模型的稳定性,松弛因子 $\tau = 0.53$,其他参数与文献 [21] 中保持一致。顺直河道采用滑动边界,弯曲河道采用反弹边界。为了观察水深和流速的变化情况,在入流和出流河道及弯曲河道中心点设立 3 个监测点。

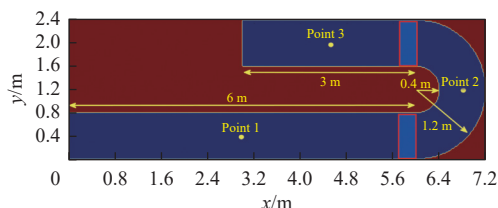
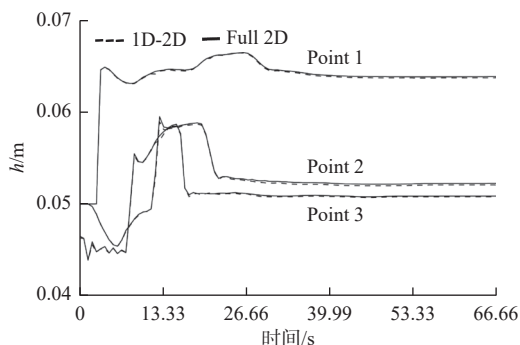


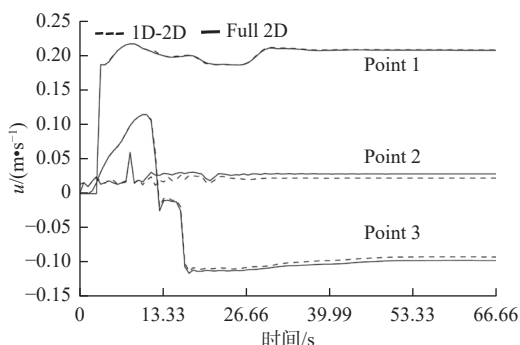
图 6 急弯河道概化模型及监测点平面示意

Fig. 6 Sharp curved channel flow planar and monitoring points

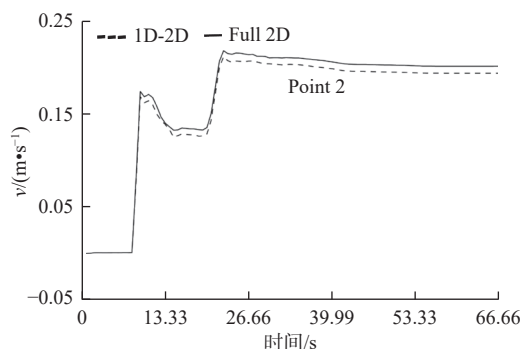
经过 5 000 个步长的迭代计算,3 个监测点的水深变化曲线见图 7 (a),一、二维耦合模型的水深与二维模型非常接近(见表 2),均方根误差的平均值为 $1.30 \times 10^{-4}\text{ m}$ 。



(a) 急弯河道模型3个监测点水深随时间变化曲线



(b) 急弯河道模型3个监测点流速u随时间变化曲线



(c) 急弯河道模型监测点2的流速v随时间变化曲线

图 7 急弯河道模型监测点水深和流速随时间变化曲线

Fig. 7 Sharp curved channel flow water depth and velocity variation

表 2 水深和流速 u 和 v 的均方根误差

Tab. 2 RMSE of water depth and velocity u and v

变量	Point 1	Point 2	Point 3	3点平均值
h/m	1.05×10^{-4}	1.67×10^{-4}	1.17×10^{-4}	1.30×10^{-4}
$u/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	7.12×10^{-4}	0.005 9	0.001 9	0.002 8
$v/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$		0.006 8		

河道流速见图 7 (b) 和 (c),耦合模型与二维模型在第 1 点的结果非常接近,但第 2 和第 3 点 x 和 y 方向流速均略有差异,其中第 2 点的一、二维模型水平流速 u 略小于二维模型,第三点的 u 略大于二维模型;耦合模型 y 方向的流速 v ,在第 2 点的值同样略小于二维模型(图 8),这个误差应该是由耦合边界引入的, x 方向均方根误差的平均值为 0.002 m/s , y 方向第 2 点的值为 0.006 m/s 。

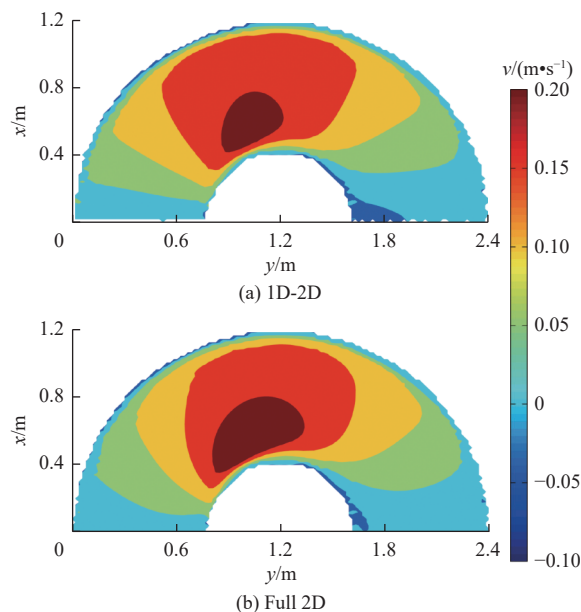


图 8 急弯内流速平面分布

Fig. 8 Sharp curved channel water velocity contour

4 结论

基于格子 Boltzmann 重叠法求解一、二维耦合

浅水动力学模型是区别于有限差分法和有限体积法等在一、二维耦合模型求解上的新尝试,该方法使用了格子 Boltzmann 模型,为一维和二维模型引入了一个人工的重叠区域,使一、二维模型结合起来,一维模型决定水速,二维模型计算模拟中的水深,从而实现在重叠区域应用粒子的介观传输,达到求解一、二维浅水动力模型的目的。利用求解重叠区粒子运动,缓冲边界水深和速度的差异,这既保持了 LBM 的介观特征,又保持了物理耦合中的质量和动量守恒条件。该方法可以准确模拟实际工程中的河湖出入口或河流入海口,不仅可以准确解析此类耦合水体的水动力特征,准确模拟复杂水域流速、水深的变化过程,还可以为水利工程实施和管理提供准确、可靠、高效的数值模拟技术支持。根据算例验证测试,一、二维模型与全二维模型虽然存在微小误差,但宏观变量基本保持了良好的一致性,其误差在更大尺度的宏观模拟中可以忽略不计。重叠法耦合一、二维水动力模型的成功应用使得 LBM 模型在水动力模拟中更加灵活,同时也展示了其在解决其他维度模型耦合问题中的潜力,例如一、三维模型耦合或溶质传输耦合等。

参考文献:

- [1] 李昭川, 张明兴, 康贤伟, 等. 河口和近海水体分类分区国内外研究进展 [J]. 海洋环境科学, 2024, 43(5): 672-683. DOI: 10.13634/j.cnki.mes.2024.05.010.
- [2] HU D, CHEN Z, LI Z, et al. An implicit 1D-2D deeply coupled hydrodynamic model for shallow water flows [J]. Journal of Hydrology, 2024, 631: 130833. DOI: 10.1016/j.jhydrol.2024.130833.
- [3] 赵晶, 张家军, 李兰涛. 二维水动力模型在渭河防洪评价中的应用 [J]. 人民黄河, 2024, 46(12): 62-66.
- [4] 郝思佳, 王文川, 马强, 等. 基于水文水动力模型的山洪灾害复盘策略: 以河南王宗店村“7·20”山洪为例 [J]. 水利水电技术(中英文), 2023, 54(6): 1-11. DOI: 10.13928/j.cnki.wrahe.2023.06.001.
- [5] 申言霞, 周琦, 段艳华, 等. 基于多重网格的地表水文与二维水动力动态双向耦合模型研究 [J]. 水利学报, 2023, 54(3): 302-310. DOI: 10.13243/j.cnki.slxb.20220645.
- [6] 李时, 秦毅, 刘强, 等. 基于洪灾风险管理的蓄滞洪区道路规划 [J]. 南水北调与水利科技(中英文), 2020, 18(3): 81-90. DOI: 10.13476/j.cnki.nsbddqk.2020.0053.
- [7] 彭秀竹, 赵莹, 高璐, 等. 黄河下游透水丁坝溃后水力及冲淤特性研究 [J]. 水资源与水工程学报, 2023, 34(2): 121-127. DOI: 10.11705/j.issn.1672-643X.2023.02.15.
- [8] 宋晓猛, 徐楠涛, 张建云, 等. 中国城市洪涝问题: 现状、成因与挑战 [J]. 水科学进展, 2024, 35(3): 357-373. DOI: 10.14042/j.cnki.32.1309.2024.03.001.
- [9] 陈朝晖, 李鹏, 张煜洲, 等. 耦合一二维水动力模型的城市社区暴雨内涝模拟研究 [J]. 水利水电技术(中英文), 2024, 55(7): 55-69. DOI: 10.13928/j.cnki.wrahe.2024.07.005.
- [10] VALLÉS P, FERNÁNDEZ-PATO J, MORALES-HERNÁNDEZ M, et al. A 2D shallow water flow model with 1D internal boundary condition for sub-grid-scale topography [J]. Advances in Water Resources, 2024, 189: 104716. DOI: 10.1016/j.advwatres.2024.104716.
- [11] YU H L, CHANG T J. A hybrid shallow water solver for overland flow modelling in rural and urban areas [J]. Journal of Hydrology, 2021, 598: 126262. DOI: 10.1016/j.jhydrol.2021.126262.
- [12] LIU X, CHERTOCK A, KURGANOV A, et al. One-dimensional/Two-dimensional coupling approach with quadrilateral confluence region for modeling river systems [J]. Journal of Scientific Computing, 2019, 81(3): 1297-1328. DOI: 10.1007/s10915-019-00985-4.
- [13] 王秀杰, 胡冰, 苑希民, 等. 洪水与风暴潮共同作用下的溃堤洪水一维、二维耦合模型及应用 [J]. 南水北调与水利科技, 2017, 15(5): 43-49. DOI: 10.13476/j.cnki.nsbddqk.2017.05.007.
- [14] 李碧琦, 罗海婉, 陈文杰, 等. 基于数值模拟的深圳民治片区暴雨内涝风险评估 [J]. 南水北调与水利科技, 2019, 17(5): 20-28. DOI: 10.13476/j.cnki.nsbddqk.2019.0105.
- [15] 罗仁宇, 李奇志, 祖公博, 等. 基于卷积神经网络的超分辨率格子 Boltzmann 方法研究 [EB/OL]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2062.O3.20240615.1410.002.html>, 2024-06-18/2024-09-28.
- [16] 银雅伦, 侯精明, 李欣怡, 等. GAST-SWMM 耦合数值模型在大尺度城区致涝风险评估中的应用 [J]. 环境工程, 2024, 42(4): 82-90. DOI: 10.13205/j.hjgc.202404010.
- [17] 曾梓健, 袁绍春, 刘非, 等. 雨水检查井概化对城市内涝一二维耦合模拟结果影响研究 [J]. 中国农村水利水电, 2024, 66(9): 211-219. DOI: 10.12396/znsd.240172.
- [18] 李鑫月, 侯精明, 刘园, 等. 基于一维二维耦合水动力模型的极端暴雨下地下空间洪水过程模拟 [J]. 水动力学研究与进展 A 辑, 2024, 39(3): 434-441. DOI: 10.16076/j.cnki.cjhd.2024.03.015.
- [19] 刘辉, 程永光, 曹志先, 等. 模拟平面二维水沙运动的格子 Boltzmann 模型 [J]. 武汉大学学报(工学

- 版), 2023, 56(7): 771-780. DOI: [10.14188/j.1671-8844.2023-07-001](https://doi.org/10.14188/j.1671-8844.2023-07-001).
- [20] 彭燕祥, 张华, 吴国华. 三维挑流水舌及其碰撞的 LBM 数值模拟研究 [J]. *中国水利水电科学研究院学报 (中英文)*, 2022, 20(2): 129-136. DOI: [10.13244/j.cnki.jiwhr.20210007](https://doi.org/10.13244/j.cnki.jiwhr.20210007).
- [21] ZHOU J G. Lattice Boltzmann methods for shallow water flows[M]. Berlin Heidelberg: Springer Verlag, 2004.
- [22] 吴家阳, 徐学军, 程永光. 一种改进的一维河网水动力解法及其应用 [EB/OL]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/51.1773.TB.20240411.1548.001.html>, 2024-04-11/2024-09-28.
- [23] RU Z, LIU H, TU G, et al. Water-balanced inlet and outlet boundary conditions of the lattice Boltzmann method for shallow water equations[J]. *Computers & Fluids*, 2023, 256: 105860. DOI: [10.1016/j.compfluid.2023.105860](https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2023.105860).
- [24] LIU H, WANG H, LIU S. Lattice Boltzmann method for Saint-Venant equations[J]. *Journal of Hydrology*, 2015, 524: 411-416. DOI: [10.1016/j.jhydrol.2015.03.002](https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2015.03.002).
- [25] 曹德明, 方国洪. 杭州湾和钱塘江潮波的联合数值模型 [J]. *海洋学报*, 1988, 10(5): 521-530.

A superposition lattice Boltzmann approach to a 1D-2D shallow water system

YANG Hao¹, JING Yuetong², LIU Haifei², BI Juan¹, WANG Hongda³, CHU Xun⁴

(1. *Beijing Academy of Social Sciences, Beijing 100101, China*; 2. *School of Environment, Beijing Normal University, Beijing 100875, China*; 3. *Beijing ZEHU Waterfront Ecological Environment Treatment Co., Ltd., Beijing 100084, China*; 4. *Guohuan Tsinghua Environmental Engineering Design & Research Institute Co., Ltd., Beijing 100084, China*)

Abstract: A superposition coupling method (SCM) is proposed to achieve high-precision cross-dimensional simulation coupling of one-dimensional and two-dimensional lattice Boltzmann method (LBM) hydrodynamic model. Hydrodynamic simulation of shallow water systems in complex topographic regions often requires cross-dimensional modeling, which can introduce boundary approximation issues, particularly in scenarios such as river-lake junctions, floodplains, and estuary areas. To solve the shallow water equations (SWE) in cross-dimensional scenarios, the SCM involves creating an artificial overlapping zone at the boundary of the 1D and 2D LBM models, facilitating the exchange of hydrodynamic information between the two models. Within this overlapping zone, a zero-gradient boundary condition is applied to derive the necessary variables for coupling. The 1D-2D coupled model was validated against benchmark models for circular cavity jet flow and sharp curved channel flow, demonstrating comparable accuracy to the full 2D model.

In shallow water flow numerical simulation, typically different dimensional models are employed based on the topography and topology of the flow, which are crucial factors influencing water body movement. 1D models are generally more efficient for simulating the movement characteristics of large river channels, while 2D models are more suitable for large bodies of water with extensive free surfaces, such as floodplains, lakes, or reservoirs, provided accurate topographic data is available. Consequently, 1D and 2D models are often coupled to leverage their respective advantages.

The proposed 1D-2D LBM coupling method utilizes a superposition approach, where the two models share an overlapping zone at their boundary. This zone serves as a buffer for exchanging hydrodynamic information between the models. The zero-gradient boundary condition is applied within the overlapping zone to ensure mass and momentum conservation. The method was implemented by calculating the velocity and depth at the boundaries of the 1D and 2D models and using these values to update the particle distributions within the overlapping zone. This process was iterated until convergence was achieved.

The proposed coupling model was evaluated in comparison to benchmark models for circular cavity jet flow and sharp curved channel flow. The results showed that the coupling model produced water depth and velocity profiles that were in good agreement with those of the full 2D model, with minimal differences. The root mean square errors

(下转第 129 页)